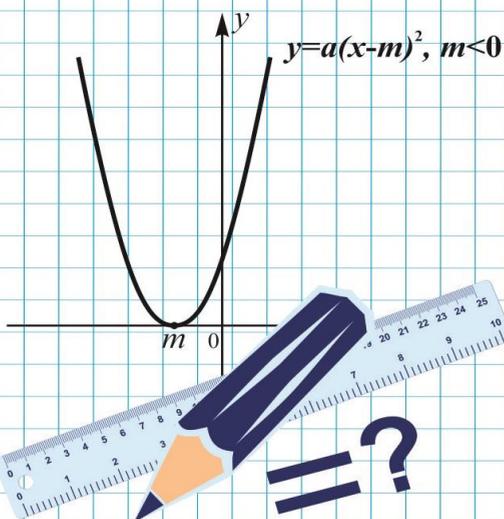


О. И. Колубекова,
С. Ш. Алибеков

ТРЕНАЖЕР



АЛГЕБРА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

КЕЛЕШЕК-2030

БАСПАСЫ



ИЗДАТЕЛЬСТВО КЕЛЕШЕК-2030

I. КВАДРАТНЫЕ КОРНИ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1. Иррациональные и действительные числа

- Выберите иррациональные числа: $-3,81(4)$; $5,2$; $6,888\dots$; π ; $-2,7517943\dots$; $-\frac{2}{9}$; $-0,1234\dots$; $5,272727\dots$; $8,4040040004\dots$; $16,171819\dots$; $\frac{9}{2}$; $-\frac{5}{22}$; $0,1000\dots$
- Запишите числа в виде десятичной дроби с периодом: $3,5555\dots$; $-0,001212\dots$; $2\frac{7}{9}$; $-51,05151\dots$; $5,842777\dots$; 4 ; $-\frac{25}{12}$; $\frac{6}{13}$.
- Сравните числа:
 - $0,3(12)$ и $0,312$; г) $-0,00123\dots$ и $-0,00(123)$;
 - $12,5432$ и $12,5(432)$; д) $\frac{5}{9}$ и $0,(5)$;
 - $-5,878787$ и $5,88$; е) $-2\frac{7}{12}$ и $-2,(58)$.
- Округлите число до тысячных:
 - $2,584371\dots$ г) $-7,0(56)$;
 - $8,(7)$; д) $14,(45)$;
 - $\pi = 3,14115926\dots$; е) $-0,76543\dots$
- Расположите числа в порядке возрастания:
 - $5,(45)$; $\frac{33}{6}$; $8,(7)$; $8,765$; $8,(765)$; $-5,(5)$; $-5\frac{4}{9}$; $8,1234\dots$;
 - $-3,12$; $-3,(12)$; $-3,1234\dots$; $12\frac{3}{8}$; $12,(3)$; $-\frac{120}{38}$; π .
- Запишите свой возраст в годах, с точностью до третьего знака после запятой.
- Запишите число в виде обыкновенной дроби:
 - $0,(3)$; г) $2,(45)$;
 - $2,(5)$; д) $4,0(82)$;
 - $1,0(6)$; е) $7,00(31)$.

8. Вычислите:

а) $0,(3) + 0,(6)$;

б) $5,(2) + 2,(1)$;

в) $8,(7) - 3,(12)$;

г) $4,(2) - 2,(7)$;

д) $5,0(8) - 3,(23)$;

е) $56,(39) + 18,0(41)$.

2. Квадратные корни

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{36}$;

б) $\sqrt{144}$;

в) $\sqrt{16 \cdot 9}$;

г) $-\sqrt{169}$;

д) $\sqrt{8 \cdot 18}$;

е) $\sqrt{256} - \sqrt{81}$;

ж) $\sqrt{4} \cdot (\sqrt{255} + \sqrt{289}) : \sqrt{256}$;

з) $(6 + \sqrt{223 + 138}) : \sqrt{9 + 16}$.

2. Вычислите:

а) 42^2 ;

б) $(-42)^2$;

в) $\sqrt{1764}$;

г) $-\sqrt{1764}$;

д) $\sqrt{17,64}$;

е) $\sqrt{176400}$;

ж) $\sqrt{0,1764}$;

з) $\sqrt{0,001764}$.

3. Имеет ли смысл следующее выражение:

а) $\sqrt{100}$;

б) $\sqrt{5}$;

в) $\sqrt{-9}$;

г) $-\sqrt{400}$;

д) $\sqrt{(-3)^2}$;

е) $\sqrt{-25^2}$;

ж) $\sqrt{0}$;

з) $-\sqrt{-81}$?

4. Извлеките квадратный корень из следующих чисел: 81; 16900; 0,0004; 1,96; 67600.

5. Сравните числа:

а) $\sqrt{25}$ и $\sqrt{24}$;

б) $\sqrt{0,23}$ и $\sqrt{0,27}$;

в) -7 и $\sqrt{(-7)^2}$;

г) 13 и $\sqrt{144}$;

д) 17 и $\sqrt{289}$;

е) 6 и $\sqrt{35}$;

ж) $(2 + \sqrt{3})$ и 4 ;

з) $(7 - \sqrt{2})$ и 5 .

6. Расположите числа в порядке возрастания:

$$\sqrt{5}; 3; -\sqrt{12}; \sqrt{14}; 3,5; -3,2; 3,8.$$

7. Расположите числа в порядке убывания:

$$2; \sqrt{17}; 3,5; -\sqrt{4}; \sqrt{12}; -3; 4.$$

8. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{25} \cdot 2$;

г) $-(\sqrt{8})^2 \cdot (-\sqrt{7})^2$;

б) $\sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{1}{25}}$;

д) $(2 \cdot \sqrt{3})^2 - (3 \cdot \sqrt{2})^0$;

в) $\left(\sqrt{\frac{5}{8}}\right)^2$;

е) $\sqrt{2,25} + \sqrt{0,64} - \sqrt{2,25 + 0,64}$.

9. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) \sqrt{x} ;

г) $\sqrt{4-x}$;

б) $\sqrt{-x}$;

д) $\sqrt{-3x+5}$;

в) $\sqrt{x+4}$;

е) $\sqrt{(-x)^2}$?

10. Вычислите:

а) $4 + \sqrt{16}$;

г) $(\sqrt{49} + \sqrt{90-9}) : \sqrt{32 \cdot 2}$;

б) $3 - \sqrt{25}$;

д) $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{128}{200}} : \sqrt{\frac{1}{4}}$;

в) $(3 + \sqrt{2})^0$;

е) $\sqrt{2\frac{14}{25}} - \sqrt{1\frac{24}{25}}$.

11. Вычислите, используя калькулятор (ответ округлите до тысячных):

а) $\sqrt{315}$;

д) $\sqrt{3,26} \cdot \sqrt{8,71}$;

б) $\sqrt{5247}$;

е) $\sqrt{0,452} : \sqrt{3,257}$;

в) $\sqrt{846} - \sqrt{245}$;

ж) $12 + \sqrt{132} - \sqrt{845} : 7$;

г) $\sqrt{543} + \sqrt{1327}$;

з) $17 - \sqrt{209} + \sqrt{5821} : 13$.

12. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x} = 2$;

г) $\sqrt{x+3} = 1$;

б) $\sqrt{x} = 3$;

д) $\sqrt{x-4} = -2$

в) $\sqrt{x} = -4$;

е) $\sqrt{x+2} = 3$.

13. Решите уравнение:

а) $x^2 = 64$;

г) $(x-1)^2 = 1$;

б) $x^2 = 7$;

д) $(x+5)^2 = 0$;

в) $x^2 = -4$;

е) $(x+2)^2 = 25$.

14. Если одну сторону квадрата увеличить на два, а соседнюю уменьшить на два, то площадь полученного прямоугольника будет равна 117. Найдите сторону этого квадрата.

3. Свойства квадратных корней

1. Найдите значение выражения:

а) $(\sqrt{25})^2$;

д) $\sqrt{(-18)^2}$;

и) $3\sqrt{4^4}$;

б) $(\sqrt{38})^2$;

е) $-\sqrt{(-15)^2}$;

к) $(-\sqrt{(-12)^2})^2$;

в) $\sqrt{42^2}$;

ж) $\sqrt{8^4}$;

л) $\sqrt{16^4}$

г) $\sqrt{134^2}$;

з) $\sqrt{(-2)^6}$;

м) $\sqrt{\sqrt{3^4}}$.

2. Упростите выражение:

а) $\sqrt{16 \cdot 25}$;

г) $\sqrt{9 \cdot 121}$;

б) $\sqrt{4 \cdot 64}$;

д) $\sqrt{16 \cdot 81}$;

в) $\sqrt{0,25 \cdot 36}$;

е) $\sqrt{169 \cdot 4}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$;

г) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{6}$;

б) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2}$;

д) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$;

в) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$;

е) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$.

4. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{144}{25}}$;

г) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$;

ж) $\sqrt{1\frac{13}{36}}$;

б) $\sqrt{\frac{9}{100}}$;

д) $\sqrt{1\frac{32}{49}}$;

з) $\sqrt{2\frac{1}{144}}$;

в) $\sqrt{\frac{6,4}{12,1}}$;

е) $\sqrt{3\frac{61}{100}}$;

и) $\sqrt{\frac{144 \cdot 25}{169}}$.

5. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}$;

г) $\frac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}}$;

б) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{50}}$;

д) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}}$;

в) $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}}$;

е) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}}$.

6. Вычислите:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$;

г) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}}$;

ж) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{20}$;

б) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{54}$;

д) $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$;

з) $\frac{\sqrt{28} \cdot \sqrt{49}}{\sqrt{7}}$;

в) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$;

е) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{12}$;

и) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{50} - \frac{\sqrt{3456}}{\sqrt{6}}$.

7. Упростите выражение:

а) $\sqrt{a^4}$;

г) $\sqrt{a^{12}} : \sqrt{b^{20}}$;

б) $\sqrt{b^8}$;

д) $\sqrt{a^{1000}} \cdot \sqrt{b^{2000}}$;

в) $\sqrt{a^8} \cdot \sqrt{b^{12}}$;

е) $\sqrt{a^{-20}} : \sqrt{b^{-16}}$.

8. Извлеките из-под знака корня:

а) $\sqrt{25 \cdot 64}$;

г) $\sqrt{1,69a^2}$, если $a > 0$;

б) $\sqrt{144 \cdot 36}$;

д) $\sqrt{4b^2}$, если $b < 0$;

в) $\sqrt{\frac{49}{400}}$;

е) $\sqrt{\frac{484b^2}{a^{10}}}$, если $b > 0, a < 0$.

9. Вычислите:

а) $\sqrt{25 \cdot 36} + \sqrt{50 \cdot 18}$;

г) $\sqrt{1,69 \cdot 0,04 \cdot 1024}$;

б) $\sqrt{1000000}$;

д) $\sqrt{\frac{100 \cdot 81}{16 \cdot 361}}$;

в) $\sqrt{36 \cdot 144 \cdot 0,01}$;

е) $\sqrt{\frac{5 \cdot 128}{20 \cdot 648}}$.

10. Упростите выражение:

а) $\sqrt{(2 - \sqrt{2})^2}$;

г) $\sqrt{2 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{5} + 2}$;

б) $\sqrt{(\sqrt{3} - 3)^2}$;

д) $\sqrt{(x - 6)^2}$, если $x < 6$;

в) $\sqrt{\sqrt{7} - 2} \cdot \sqrt{\sqrt{7} + 2}$;

е) $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$, если $a < -1$.

11. Упростите выражение:

а) $12\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$;

д) $\frac{\sqrt{45} + \sqrt{80}}{\sqrt{245}}$;

б) $7\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$;

е) $\frac{\sqrt{175} - \sqrt{63}}{\sqrt{112}}$;

в) $\sqrt{27} + 8\sqrt{3} + \sqrt{48} - \sqrt{75}$;

ж) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48} + \sqrt{\frac{1}{27}}$;

г) $\sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{288} - 2\sqrt{2}$;

з) $\sqrt{0,5} + \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{128}}$;

12. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{8 \cdot 18}$;

г) $\sqrt{12 \cdot 15 \cdot 20}$;

б) $\sqrt{98 \cdot 8}$;

д) $\sqrt{28 \cdot 63 \cdot 81}$;

в) $\sqrt{24 \cdot 150}$;

е) $\sqrt{18 \cdot 512 \cdot 169}$.

13. Упростите выражение:

а) $\sqrt{64a^8 \cdot 12b^3 \cdot 3a^2 \cdot b^7}$, если $a \geq 0$ и $b \geq 0$;

3. Вычислите:

а) $5\sqrt{18} - 8\sqrt{32}$;

г) $7\sqrt{50} + \sqrt{845} - 5\sqrt{2}$;

б) $7\sqrt{75} + 4\sqrt{48}$;

д) $\sqrt{2}(\sqrt{200} + 5\sqrt{450} - \sqrt{12})$;

в) $(3\sqrt{27} + 5\sqrt{162}) \cdot \sqrt{6}$;

е) $\left(\sqrt{5000} + \sqrt{\frac{1}{8}}\right) \cdot \sqrt{18}$.

4. Внесите множитель под знак корня и упростите подкоренное выражение:

а) $2\sqrt{3}$;

г) $-3\sqrt{3x}$;

б) $3\sqrt{5}$;

д) $-b\sqrt{7a}$, где $a > 0, b < 0$;

в) $7a\sqrt{2a}$;

е) $2x^2\sqrt{3x}$.

5. Вынесите из-под знака корня:

а) $\sqrt{75x^3}$;

д) $\sqrt{18a^{14}b^{18}}$, если $a \geq 0, b \leq 0$;

б) $\sqrt{128a^5}$;

е) $\sqrt{\frac{15a^{21}b^{13}}{75a^8}}$;

в) $\sqrt{243b^6}$, если $b \geq 0$;

ж) $\sqrt{-169x^3}$;

г) $\sqrt{338a^{10}}$, если $a \leq 0$;

з) $\sqrt{-256a^7}$;

6. Внесите множитель под знак корня и упростите подкоренное выражение:

а) $5x\sqrt{2x}$;

д) $3a^3\sqrt{2-a}$, где $a < 0$;

б) $3a\sqrt{8a^3}$;

е) $-b\sqrt{b^3+8}$, где $b < 0$;

в) $b\sqrt{b+\frac{1}{b}}$;

ж) $(x+3) \cdot \sqrt{\frac{1}{3+x}}$;

г) $x\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}$, где $x > 0$;

з) $(a-5) \cdot \sqrt{\frac{1}{5-a}}$.

7. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{5}{\sqrt{3}}$;

д) $\frac{4}{\sqrt{3}+1}$;

б) $\frac{6}{\sqrt{6}}$;

е) $\frac{12}{3-\sqrt{5}}$;

в) $\frac{15}{2\sqrt{5}}$;

ж) $\frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$;

г) $\frac{22}{3\sqrt{11}}$;

з) $\frac{18}{\sqrt{12}+\sqrt{3}}$.

8. Запишите числа в порядке возрастания:

а) $2\sqrt{7}$; $4\sqrt{5}$; $\frac{1}{2}\sqrt{18}$; $\frac{3}{4}\sqrt{24}$; $5\sqrt{6}$; $9\sqrt{1,2}$;

б) $-3\sqrt{8}$; $-7\sqrt{3}$; $-0,4\sqrt{20}$; $-5\sqrt{5}$; $-6\sqrt{4}$.

9. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{5+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$;

д) $\frac{\sqrt{5}-2}{5-\sqrt{10}}$;

б) $\frac{6+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$;

е) $\frac{2\sqrt{3}+1}{7-\sqrt{3}}$;

в) $\frac{5+2\sqrt{12}}{2\sqrt{2}}$;

ж) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$;

г) $\frac{12-4\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}$;

з) $\frac{3\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

10. Раскройте скобки:

а) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$;

г) $(2\sqrt{2}+\sqrt{20})\cdot(\sqrt{8}-2\sqrt{5})$;

б) $(\sqrt{3}+2)^2$;

д) $\sqrt{5}(\sqrt{10}+\sqrt{125}+\sqrt{16,2})$;

в) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$;

е) $(\sqrt{3}+\sqrt{x})^3$.

11. Сократите дробь:

а) $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$;

д) $\frac{b^2-13}{\sqrt{13}+b}$;

б) $\frac{5-\sqrt{7}}{\sqrt{75}-\sqrt{21}}$;

е) $\frac{a^2-2\sqrt{5}+5}{a-\sqrt{5}}$;

$$в) \frac{8-x}{2\sqrt{2}-\sqrt{x}};$$

$$ж) \frac{5+2\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}};$$

$$г) \frac{\sqrt{45}+\sqrt{75}}{5+\sqrt{15}};$$

$$з) \frac{(x+\sqrt{7})^3}{x^2-7}.$$

12. Упростите выражение:

$$а) \sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}; \quad г) \sqrt{3+2\sqrt{15}+5};$$

$$б) \sqrt{\sqrt{34}-3} \cdot \sqrt{3+\sqrt{34}}; \quad д) \sqrt{7-2\sqrt{14}+2};$$

$$в) \sqrt{\sqrt{13}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{39}+2\sqrt{3}}; \quad е) \sqrt{14+2\sqrt{33}}.$$

13. Сравните:

$$а) \sqrt{2} \text{ и } \sqrt{8}; \quad д) 5\sqrt{2} \text{ и } 2\sqrt{3};$$

$$б) \sqrt{12} \text{ и } \sqrt{7}; \quad е) 4\sqrt{5} \text{ и } 3\sqrt{6};$$

$$в) \sqrt{10} \text{ и } 2\sqrt{2}; \quad ж) 2\sqrt{7} \text{ и } 3\sqrt{2};$$

$$г) \sqrt{43} \text{ и } 3\sqrt{5}; \quad з) 5\sqrt{3} \text{ и } 2\sqrt{17}.$$

5. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график

1. Заполните таблицу и на ее основе постройте график функции $y = \sqrt{x}$.

x	0		0,49	1				9	10,24
y		0,5			1,5	2	2,5		

2. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x}$ точка:

$$а) A(3; 9); \quad г) D(-25; -5);$$

$$б) B(8; 2\sqrt{2}); \quad д) E(256; 15);$$

$$в) C(16; 4); \quad е) F(729; 27)?$$

3. Проходит ли через точку $A(324; 18)$ график функции:

$$а) y = \sqrt{x}; \quad г) y = 0,5\sqrt{4x};$$

$$б) y = -\sqrt{x}; \quad д) y = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{2}};$$

$$в) y = \sqrt{|x|}; \quad е) y = -\sqrt{-x}?$$

4. Постройте график функции:

а) $y = \sqrt{x} + 2$;

г) $y = \sqrt{2+x}$;

б) $y = 3 - \sqrt{x}$;

д) $y = 0,5\sqrt{x}$;

в) $y = \sqrt{x-4}$;

е) $y = 0,5\sqrt{x}$.

5. Определите, является ли функция возрастающей или убывающей:

а) $y = \sqrt{x}$;

в) $y = \sqrt{-x}$;

б) $y = -\sqrt{x}$;

г) $y = -\sqrt{-x}$.

6. Определите нули функции:

а) $y = \sqrt{x}$;

г) $y = 3 - \sqrt{x}$;

б) $y = 2\sqrt{x}$;

д) $y = 8 + \sqrt{x}$;

в) $y = \sqrt{x} + 9$;

е) $y = 3 - 2\sqrt{x}$.

7. Определите значение аргумента функции $y = \sqrt{3-x}$, если значение функции равно:

а) 2;

г) 6;

б) 0;

д) 2,5;

в) $\sqrt{2}$;

е) 16.

8. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:

а) $y = 2,56$;

б) $y = x - 6$.

9. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x} + 3$;

б) $y = \sqrt{x+3}$;

в) $y = 2\sqrt{x}$.

10. Найдите множество значений функции:

а) $y = -\sqrt{x} + 1$;

б) $y = 3\sqrt{x}$;

в) $y = \sqrt{2x-4}$.

II. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

6. Квадратное уравнение. Неполное квадратное уравнение

1. Является ли уравнение квадратным, если – да, то укажите коэффициенты a , b , c :
 - а) $3x^3 + 2x - 3 = 0$;
 - б) $4x + 2x^2 - 3 = 0$;
 - в) $5 - 2x^2 = 0$;
 - г) $7x^2 - 2x^4 + 6 = 0$;
 - д) $x - 6x^2 = 0$;
 - е) $2x - x^2 + x^3 = 0$?
2. Укажите в квадратном уравнении его коэффициенты:
 - а) $7x^2 + 6x - 4 = 0$;
 - б) $3x - 2x^2 - 3 = 0$;
 - в) $-3x^2 = 0$;
 - г) $x^2 + 4x = 0$;
 - д) $-x^2 + 3 = 0$;
 - е) $3 + 2x - 3x^2 = 0$.
3. Составьте квадратное уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, если:
 - а) $a = 2$, $b = 1$, $c = -5$;
 - б) $a = -3$, $b = 2$, $c = 6$;
 - в) $a = 1$, $b = 0$, $c = -4$;
 - г) $a = 5$, $b = -3$, $c = 0$;
 - д) $a = -5$, $b = -12$, $c = 4$;
 - е) $a = 7$, $b = 0$, $c = 0$.
4. Приведите уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$:
 - а) $(x - 1)(x + 1) + 2x - 7 = 0$;
 - б) $(2x + 1)^2 + 6x - 4 = 0$;
 - в) $6 - (x + 2)(x - 2) - 3x = 0$;
 - г) $12x - (3x + 2)^2 = 0$;
 - д) $3x^2 + (2x - 3)(2x + 3) + 4x = 0$;
 - е) $7 - (x + 3)^2 = 0$.
5. Решите уравнение:
 - а) $12x^2 + 6x = 0$;
 - б) $3x^2 - 7x = 0$;
 - в) $x^2 + 2x = 0$;
 - г) $5x^2 + 6x = 0$;
 - д) $-4x^2 + 8x = 0$;
 - е) $x - 4x^2 = 0$;
 - ж) $3x^2 + 12x = 0$;
 - з) $0,25x^2 = 0$;
 - и) $144x^2 = 0$.
6. Решите уравнение:
 - а) $-3x^2 + 12 = 0$;
 - б) $3x^2 - 27 = 0$;
 - в) $x^2 + 25 = 0$;
 - г) $28 - 7x^2 = 0$;
 - д) $-2x^2 - 8 = 0$;
 - е) $15x - 3x^2 = 0$.
7. Выделите полный квадрат двучлена и решите уравнение:
 - а) $x^2 - 4x - 5 = 0$;
 - б) $x^2 + 2x - 3 = 0$;
 - в) $x^2 + 4x + 3 = 0$;
 - г) $x^2 - 2x - 3 = 0$;
 - д) $x^2 - 6x - 7 = 0$;
 - е) $x^2 + 8x + 7 = 0$.

8. Используя свойство коэффициентов квадратного уравнения «Если в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1$ и $x_2 = \frac{c}{a}$ », решите

уравнение:

а) $-5x^2 + 9x - 4 = 0$.

Решение: $a = -5$, $b = 9$, $c = -4$. Т. к. $a + b + c = 0$, т. е. $-5 + 9 - 4 = 0$,

то $x_1 = 1$ и $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

Ответ: $\frac{4}{5}$; 1.

б) $7x^2 - 3x - 4 = 0$;

е) $6x^2 - 7x + 1 = 0$;

в) $5x^2 + 6x - 11 = 0$;

ж) $24x^2 + x - 25 = 0$;

г) $4x^2 + 3x - 7 = 0$;

з) $15x^2 - 9x - 6 = 0$;

д) $-2x^2 + 6x - 4 = 0$;

и) $10x^2 + 3x - 13 = 0$.

9. Используя свойство коэффициентов квадратного уравнения «Если в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ $a - b + c = 0$, то $x_1 = -1$ и $x_2 = -\frac{c}{a}$ », решите

уравнение:

а) $4x^2 + 6x + 2 = 0$.

Решение: $a = 4$, $b = 6$, $c = 2$. Т. к. $a - b + c = 0$, т. е. $4 - 6 + 2 = 0$, то

$x_1 = -1$ и $x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$.

Ответ: -1 ; $-\frac{1}{2}$.

б) $5x^2 + 6x + 1 = 0$;

е) $24x^2 + 27x + 3 = 0$;

в) $9x^2 + 4x - 5 = 0$;

ж) $3x^2 - 13x - 16 = 0$;

г) $12x^2 + 5x - 7 = 0$;

з) $-x^2 + 3x + 4 = 0$;

д) $-4x^2 - 9x - 5 = 0$;

и) $10x^2 - 5x - 15 = 0$.

7. Формулы корней квадратного уравнения

1. Вычислите дискриминант квадратного уравнения:

а) $5x^2 + 6x - 4 = 0$;

г) $-x^2 + 5x - 8 = 0$;

б) $4x^2 - 5x - 6 = 0$;

д) $4x^2 + 12x + 9 = 0$;

в) $9x^2 + 6x + 1 = 0$;

е) $-2x^2 + 7x - 4 = 0$.

2. Сколько корней имеет уравнение:

а) $x^2 - 3x - 4 = 0$;

г) $2x^2 - 3x + 5 = 0$;

б) $5x^2 + 2x - 7 = 0$;
 в) $16x^2 - 24x + 9 = 0$;

д) $3x^2 + 4x - 5 = 0$;
 е) $x^2 + 9x + 4 = 0$?

3. Решите уравнение:

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$;
 б) $-3x^2 + 5x + 2 = 0$;
 в) $-6x^2 + 5x - 14 = 0$;
 г) $-12x^2 + 7x - 1 = 0$;
 д) $-2x^2 + 7x - 3 = 0$;
 е) $3x^2 + x - 7 = 0$;

ж) $x^2 + 7x - 44 = 0$;
 з) $x^2 - 10x - 39 = 0$;
 и) $3x^2 + x + 11 = 0$;
 к) $2x^2 - x - 3 = 0$;
 л) $3x^2 - 5x - 2 = 0$;
 м) $x^2 - 7x + 12 = 0$.

4. Используя формулы корней квадратного уравнения для четного второго коэффициента ($b = 2k$, $D_1 = k^2 - ac$, $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$), решить

уравнение:

а) $x^2 - 14x + 49 = 0$;
 б) $-x^2 - 2x + 24 = 0$;
 в) $5x^2 - 8x - 4 = 0$;
 г) $4x^2 + 12x - 7 = 0$;
 д) $5x^2 + 4x - 1 = 0$;

е) $16x^2 - 2x - 5 = 0$;
 ж) $28x^2 - 36x + 11 = 0$;
 з) $x^2 - 10x - 39 = 0$;
 и) $3x^2 + 14x + 16 = 0$.

5. Решите уравнение рациональным способом:

а) $2x^2 - 4x = 0$;
 б) $2x^2 + 3x - 5 = 0$;
 в) $x^2 - 5x - 1 = 0$;
 г) $5x^2 - 7x + 2 = 0$;
 д) $3x^2 + 2x - 5 = 0$;
 е) $6x^2 + x - 1 = 0$;
 ж) $x^2 - 5x - 1 = 0$;
 з) $2x^2 - 9x + 4 = 0$;

и) $2x^2 + 3x - 2 = 0$;
 к) $-3x^2 + 8x + 3 = 0$;
 л) $-x^2 + 7x - 10 = 0$;
 м) $5x^2 + 8x + 3 = 0$;
 н) $9x^2 - 6x + 1 = 0$;
 о) $7x^2 - 28 = 0$;
 п) $5x^2 - 7x + 1 = 0$;
 р) $5x^2 - 8x - 4 = 0$.

8. Теорема Виета

1. Определите, имеет ли корни уравнение, если имеет, то укажите их сумму и произведение:

а) $x^2 - x + 1 = 0$;
 б) $x^2 + 3x - 2 = 0$;
 в) $x^2 - 3x + 2 = 0$;
 г) $x^2 - 5x + 50 = 0$;
 д) $x^2 - 7x - 9 = 0$;

е) $x^2 + 4x - 3 = 0$;
 ж) $x^2 + 6x - 7 = 0$;
 з) $x^2 + 5x - 8 = 0$;
 и) $x^2 - 11x - 10 = 0$;
 к) $x^2 - 16x + 70 = 0$.

2. Применяя обратную теорему Виета, найдите подбором корни уравнения:

а) $x^2 + 7x + 10 = 0$;

и) $x^2 - 9x + 14 = 0$;

б) $x^2 - x - 20 = 0$;

к) $x^2 + 13x + 42 = 0$;

в) $x^2 + 11x + 24 = 0$;

л) $x^2 - x - 12 = 0$;

г) $x^2 + 17x + 70 = 0$;

м) $x^2 + 12x + 35 = 0$;

д) $x^2 + x - 12 = 0$;

н) $x^2 - 10x + 21 = 0$;

е) $x^2 + 11x + 28 = 0$;

о) $x^2 - x - 30 = 0$;

ж) $x^2 - 4x - 21 = 0$;

п) $x^2 - 9x + 20 = 0$;

з) $x^2 + 7x - 18 = 0$;

р) $x^2 - 2x - 48 = 0$.

3. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:

а) -1 и 8 ;

д) $\frac{1}{3}$ и 2 ;

б) -5 и -6 ;

е) $-\frac{2}{5}$ и 1 ;

в) -2 и 4 ;

ж) -3 и -2 ;

г) $0,2$ и $0,6$;

з) -4 и $\frac{2}{3}$.

4. Один из корней уравнения $x^2 + 2x + c = 0$ равен 2 . Найдите другой корень и коэффициент c .

5. Один из корней уравнения $x^2 - 3x + c = 0$ равен -3 . Найдите другой корень и коэффициент c .

6. Один из корней уравнения $x^2 + bx + 4 = 0$ равен 1 . Найдите другой корень и коэффициент b .

7. Один из корней уравнения $x^2 + bx - 12 = 0$ равен 3 . Найдите другой корень и коэффициент b .

8. Один из корней уравнения $x^2 + 5x + c = 0$ равен 7 . Найдите другой корень и коэффициент c .

9. Один из корней уравнения $x^2 - bx - 6 = 0$ равен -2 . Найдите другой корень и коэффициент b .

9. Разложение квадратного трехчлена на множители

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

а) $x^2 + 4x + 3$;	г) $3x^2 - 4x - 4$;	ж) $x^2 + 12x - 28$;
б) $x^2 + 10x + 9$;	д) $x^2 - 9x + 14$;	з) $x^2 + 4x - 45$;
в) $x^2 - 5x + 4$;	е) $x^2 - 16x + 39$;	и) $3x^2 + x - 4$.

2. Разложите трехчлен на множители:

а) $x^2 - 5x - 6$;	г) $-6x^2 - x + 5$;	ж) $-x^2 + 9x - 8$;
б) $x^2 - 5x + 6$;	д) $6x^2 + 5x - 4$;	з) $-x^2 + 4x - 3$;
в) $-2x^2 + 5x - 3$;	е) $3x^2 - 2x - 8$;	и) $x^2 + 3x - 28$.

3. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 + 4x - 3}{x - 1}$;	в) $\frac{x^2 + 6x - 7}{x + 7}$;	д) $\frac{2x + 4}{x^2 + 5x + 6}$;
б) $\frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$;	г) $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$;	е) $\frac{x - 5}{x^2 - 3x - 10}$.

10. Решение текстовых задач с использованием квадратных уравнений

1. Произведение двух натуральных чисел, из которых одно на 14 больше другого, равно 72. Найдите эти числа.
2. Произведение двух натуральных чисел равно 192. Найдите эти числа, если одно на 4 меньше другого.
3. Одно из двух натуральных чисел больше другого на 5. Найдите эти числа, если их произведение равно 24.
4. Одно из двух натуральных чисел меньше другого на 6. Найдите эти числа, если их произведение равно 27.
5. Один катет прямоугольного треугольника на 2 см больше другого, а площадь треугольника равна 112 см^2 . Найдите катеты прямоугольного треугольника.
6. Один из катетов прямоугольного треугольника меньше другого на 7 см, а его площадь равна 30 см^2 . Найдите сумму катетов.
7. Найдите диагональ прямоугольника, если одна из его сторон на 5 см больше другой, а площадь прямоугольника равна 300 см^2 .

8. Площадь прямоугольника равна 340 см^2 , а одна из его сторон на 3 см больше другой. Найдите периметр прямоугольника.
9. Периметр прямоугольника равен 22 см, а его площадь равна 30 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.
10. Площадь прямоугольника равна 20 см^2 , а его периметр равен 18 см. Найдите стороны прямоугольника.
11. В лекционном зале количество мест в одном ряду на 18 больше числа рядов, а всего мест 360. Найдите количество рядов в лекционном зале.
12. В детском кинотеатре всего 480 мест, причем количество мест в одном ряду на 4 больше, чем всего рядов. Сколько мест в одном ряду?
13. Высота подъема тела, подброшенного вертикально вверх, меняется по закону $h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Через сколько секунд тело окажется на высоте 80 м, если тело брошено с начальной скоростью $v_0 = 50 \text{ м/с}$? ($g = 10 \text{ м/с}^2$)
14. Высота подъема тела, подброшенного вертикально вверх, меняется по закону $h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Через сколько секунд тело окажется на высоте 125 м, если тело брошено с начальной скоростью $v_0 = 50 \text{ м/с}$? ($g = 10 \text{ м/с}^2$)
15. Произведение двух последовательных натуральных четных чисел равно 624. Найти эти числа.
16. Произведение двух последовательных натуральных нечетных чисел равно 575. Найти эти числа.
17. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 17 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. За t с после начала торможения он прошел путь

$S(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от начала торможения, если известно, что за это время автомобиль прошел 60 метров.

11. Уравнения, приводимые к квадратным

1. Решите уравнение:

а) $x^3 - 25x = 0$;	г) $x^4 - 25x^2 = 0$;	ж) $x^3 + 12x^2 - 28x = 0$;
б) $2x^3 - 8x = 0$;	д) $2x^4 - 18x^2 = 0$;	з) $x^3 + 8x^2 - 9x = 0$;
в) $5x^3 - 20x = 0$;	е) $3x^4 - 12x^2 = 0$;	и) $x^3 + 10x^2 + 9x = 0$.

2. Решите биквадратное уравнение:

а) $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$;	г) $4x^4 + 15x^2 - 4 = 0$;	ж) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$;
б) $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$;	д) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$;	з) $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$;
в) $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$;	е) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$;	и) $x^4 - x^2 - 12 = 0$.

3. Решите уравнение, используя метод введения новой переменной:

а) $(x - 1)^2 - 4(x - 1) + 3 = 0$;	ж) $(3x - 7)^2 - 11(3x - 7) + 30 = 0$;
б) $(2x + 3)^2 - 5(2x + 3) + 4 = 0$;	з) $(6x - 1)^2 + 2(6x - 1) - 24 = 0$;
в) $(x + 2)^2 - 2(x + 2) - 3 = 0$;	и) $(x^2 + 4)^2 + (x^2 + 4) - 30 = 0$;
г) $(3x + 1)^2 - 2(3x + 1) - 8 = 0$;	к) $(x^2 - 1)^2 - 2(x^2 - 1) - 3 = 0$;
д) $(2x + 1)^2 - 6(2x + 1) + 10 = 0$;	л) $(x^2 - 3)^2 + 6(x^2 - 3) + 8 = 0$;
е) $(x - 2)^2 - 7(x - 2) + 12 = 0$;	м) $(x^2 + 2)^2 - 4(x^2 + 2) - 12 = 0$.

12. Целые и дробно-рациональные уравнения

1. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{x^2 - x - 6}{x + 2} = 0$;	г) $\frac{5x^2 - 4x - 1}{5x + 1} = 0$;
б) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = 0$;	д) $\frac{3x^2 + 2x - 1}{x + 1} = 0$;
в) $\frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1} = 0$;	е) $\frac{6x^2 - 5x - 4}{2x + 1} = 0$.

2. Решите уравнение:

а) $\frac{x^2 - 6}{x - 3} = \frac{x}{x - 3}$;	г) $\frac{x^2 + 6}{x + 3} = \frac{5x}{x + 3}$;
--	---

$$\text{б) } \frac{x^2 + 2x}{x+2} = \frac{8}{x+2};$$

$$\text{д) } \frac{x^2 + 8}{x-4} = \frac{6x}{x-4};$$

$$\text{в) } \frac{3x^2 - x}{x+1} = \frac{4}{x+1};$$

$$\text{е) } \frac{x^2 - 2x}{x-5} = \frac{15}{x-5}.$$

3. Найдите значение переменной x , при которых значения данных дробей равны:

$$\text{а) } \frac{x^2 + 3x}{x-1} \text{ и } \frac{x-5}{1-x};$$

$$\text{г) } \frac{2x^2 - 5x}{x-1} \text{ и } \frac{3}{1-x};$$

$$\text{б) } \frac{5x^2 - 4x}{5x-2} \text{ и } \frac{2-3x}{2-5x};$$

$$\text{д) } \frac{x-4}{x} \text{ и } \frac{2x+10}{x+4};$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - 8x}{x-2} \text{ и } \frac{12}{2-x};$$

$$\text{е) } \frac{x+3}{x} \text{ и } \frac{2x+10}{x-3}.$$

4. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{x}{x+10} = \frac{1}{x-8};$$

$$\text{е) } 3 + \frac{10}{x} = x;$$

$$\text{б) } \frac{4x+1}{3} = \frac{3x-1}{x};$$

$$\text{ж) } \frac{6}{x} + \frac{6}{x+1} = 5;$$

$$\text{в) } \frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x};$$

$$\text{з) } \frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1;$$

$$\text{г) } \frac{x}{20-x} = \frac{1}{x};$$

$$\text{и) } \frac{5}{x+3} + \frac{4}{x-3} = 3;$$

$$\text{д) } 4 + \frac{21}{x} = x;$$

$$\text{к) } \frac{3}{x} + \frac{3}{x+2} = 4.$$

13. Решение текстовых задач с помощью дробно-рациональных уравнений

1. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух поселков и встретились через 2 ч. Расстояние между поселками 18 км. Найдите скорость каждого пешехода, если у одного она на 1 км/ч меньше, чем у другого.
2. Два велосипедиста отправились одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 60 км, и встретились через 2 ч. Определите скорость каждого велосипедиста, если у одного она на 2 км/ч больше, чем у другого.

3. Числитель дроби на 2 меньше знаменателя. Если эту дробь сложить с обратной ей дробью, то получится $\frac{130}{63}$. Найдите исходную дробь.
4. Знаменатель обыкновенной дроби больше ее числителя на 7. Если к этой дроби прибавить обратную ей дробь, то получится $3\frac{19}{30}$. Найдите исходную дробь.
5. Знаменатель обыкновенной дроби на 1 больше ее числителя. Если и к числителю и к знаменателю дроби прибавить 4, то данная дробь увеличится на $\frac{4}{21}$. Найдите данную дробь.
6. Числитель обыкновенной дроби на 2 меньше ее знаменателя. Если числитель увеличить на 1, а знаменатель увеличить на 3, то получится дробь, равная данной. Найдите данную дробь.
7. Катер прошел 80 км по течению реки и вернулся обратно, затратив на весь путь 9 часов. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 2 км/ч.
8. Моторная лодка прошла 10 км по течению реки и 12 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.
9. Двое рабочих выполнили работу за 6 дней. За сколько дней выполнит всю работу каждый рабочий, если одному из них понадобится на 5 дней меньше, чем другому?
10. Два подъемных крана, работая вместе, разгрузили баржу за 12 часов. За какое время может разгрузить баржу каждый подъемный кран, если один из них может ее разгрузить на 10 часов быстрее другого?

III. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

14. Определение квадратичной функции. Функция $y = ax^2 + n$ и ее график

1. Определите является ли функция квадратичной:

а) $y = 5x^2 + 2$;

г) $y = 5x - 2x^2 + 8$;

б) $y = 4x - 8$;

д) $25x^2 + 36y^2 = 81$;

в) $x = 4y - 12x + 4$;

е) $x = 2y^2 + 1$.

2. Постройте график функции:

а) $y = x^2 + 2$;

г) $y = -3x^2 + 6$;

б) $y = 2x^2$;

д) $y = 2 - 0,5x^2$;

в) $y = -x^2 - 3$;

е) $y = \frac{1}{4}x^2$.

3. Принадлежит ли графику функции $y = -5x^2 + 8$ точка:

а) $A(-1; -3)$;

г) $E(0; -8)$;

б) $B(2; -12)$;

д) $F(0,2; -7,8)$;

в) $C(-1; 3)$;

е) $L(1,4; -1,8)$?

4. Проходит ли через точку $A(-2; 4)$ график функции:

а) $y = x^2 + 2$;

г) $y = 4x^2 + 20$;

б) $y = 8 - x^2$;

д) $y = 2 + 0,5x^2$;

в) $y = -2x^2 - 4$;

е) $y = 5,5 - \frac{1}{4}x^2$?

5. Определите координаты вершины параболы и направление ее ветвей:

а) $y = 5x^2 - 4$;

г) $y = 0,1x^2 + 10$;

б) $y = 8 - 2x^2$;

д) $y = -0,2 + 5x^2$;

в) $y = x^2 - 5$;

е) $y = 4 - x^2$.

6. Запишите уравнение параболы, полученной при сдвиге параболы:

а) $y = 3x^2$ на две единицы вниз по оси Oy ;

б) $y = -2x^2$ на пять единиц вверх по оси Oy ;

в) $y = 0,4x^2$ на пять единиц вниз по оси ординат;

г) $y = -7x^2$ на пять с половиной единиц вверх по оси ординат.

7. Определите, лежит ли график функции выше (ниже) оси Ox или пересекает ее:

а) $y = 2x^2 + 1$;

г) $y = -3x^2 + 8$;

б) $y = 5 - 4x^2$;

д) $y = 0,5x^2 + 0,1$;

в) $y = x^2 + 1$;

е) $y = -x^2 - 5$.

8. Постройте графики функций и заполните таблицу:

	$y = 2x^2 - 2$	$y = 3x^2 + 1$	$y = \frac{1}{2}x^2 - 4$	$y = -x^2 - 5$
Область определения				
Множество значений				
Промежутки убывания				
Промежутки возрастания				

9. Заполните таблицу:

	$y = 5x^2 + 1$	$y = -x^2 + 12$	$y = 12x^2 + 1$	$y = -0,5 - 0,3x^2$	$y = \frac{1}{3}x^2$
Значение аргумента					
Значение функции					

10. Задайте формулой квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 1:

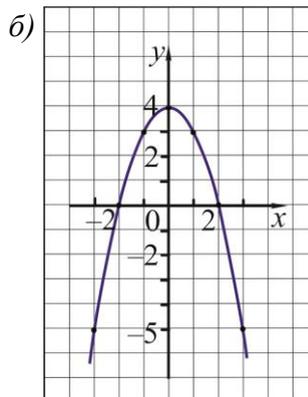
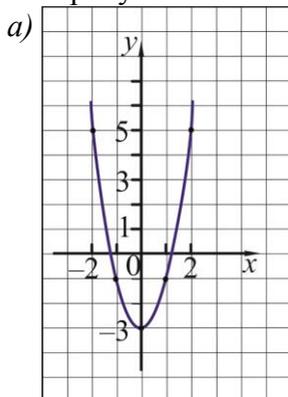


Рисунок 1

11. В таблице даны значения квадратичной функции при различных значениях аргумента. Запишите формулу этой функции и постройте ее график:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	41,4	24,6	12,6	5,4	3	5,4	12,6	24,6

15. Функция $y = a(x - m)^2$ и ее график

- На одной координатной плоскости постройте графики функций:
 - $y = x^2$, $y = (x - 1)^2$ и $y = (x + 2)^2$;
 - $y = 2x^2$, $y = 2(x - 3)^2$ и $y = 2(x + 4)^2$;
 - $y = 0,3x^2$, $y = 0,3(x + 4)^2$ и $y = 0,5(x - 1)^2$;
 - $y = -0,5x^2$, $y = -0,5(x + 2)^2$ и $y = -0,5(x - 4)^2$.
- Запишите уравнение параболы, полученной при сдвиге параболы:
 - $y = 8x^2$ на три единицы влево по оси Ox ;
 - $y = -x^2$ на пять единиц вправо по оси Ox ;
 - $y = 12,4x^2$ на двенадцать единиц вправо по оси абсцисс;
 - $y = -7x^2$ на девять с половиной единиц влево по оси абсцисс.
- Принадлежит ли графику функции $y = 2(x + 8)^2$ точка:
 - $A(-1; 98)$;
 - $B(-6; 4)$;
 - $C(5; 169)$;
 - $M(0; 128)$;
 - $N(0,5; 32)$;
 - $K(1,5; 180,5)$?
- Проходит ли через точку $A(-5; 36)$ график функции:
 - $y = 2(x - 2)^2$;
 - $y = 4(x + 2)^2$;
 - $y = -9(x + 1)^2$;
 - $y = 9(7 - x)^2$;
 - $y = \frac{1}{4}(x - 7)^2$;
 - $y = 0,5(x + 6\sqrt{2} + 5)^2$?
- Приведите уравнение квадратичной функции к виду $y = a(x - m)^2$:
 - $y = x^2 + 10x + 25$;
 - $y = -4(2 - x)^2$;
 - $y = (3x + 6)^2$;
 - $y - 4x^2 + 8x = 4$;
 - $x^2 - 0,25y = -12(x + 3)$;
 - $y = x^2 + 2y + 6\sqrt{5} = 45$.
- Запишите координаты вершины параболы и уравнение ее оси симметрии:
 - $y = 5(x - 12)^2$;
 - $y = -3(x + 7)^2$;
 - $y = -(8 + x)^2$;
 - $y = 2(10 - x)^2$;
 - $y = \frac{2}{3}(x - 3)^2$;
 - $y = 0,5(x + 4\sqrt{3} - 3)^2$.
- Определите, как нужно сдвинуть график функции $y = 6x^2$, чтобы получить параболу:
 - $y = 6(x - 1)^2$;
 - $y = 6(4 - x)^2$;

б) $y = 6(x + 3)^2$;

д) $y = (\sqrt{6}x - 5\sqrt{6})^2$;

в) $y = 6(2 + x)^2$;

е) $y = 6(x + \sqrt{7} - 1)^2$.

8. Постройте графики функций и заполните таблицу:

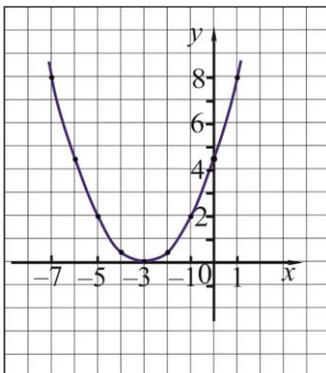
	$y = 2(x + 3)^2$	$y = -(x - 5)^2$	$y = \frac{1}{4}(x - 12)^2$	$y = -5(8 - x)^2$
Область определения				
Множество значений				
Промежуток убывания				
Промежуток возрастания				

9. Заполните таблицу:

	$y = 8(x + 1)^2$	$y = -2(x - 3)^2$	$y = \frac{3}{4}(x - 7)^2$	$y = 2,5(16 - x)^2$
Значение аргумента	5		4	
Значение функции		-288		160

10. Задайте формулой квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 2:

а)



б)

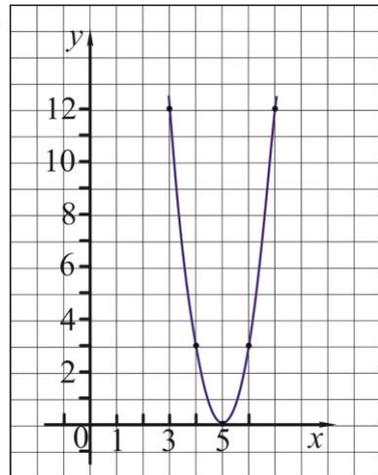


Рисунок 2

11. В таблице даны значения квадратичной функции при различных значениях аргумента. Запишите формулу этой функции и постройте ее график:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18	-32

16. Функция $y = a(x - m)^2 + n$ и ее график

- На одной координатной плоскости постройте графики функций:
 - $y = -x^2$ и $y = -(x - 1)^2 + 2$;
 - $y = 2x^2$ и $y = 2(x - 4)^2 + 3$;
 - $y = 2,5x^2$ и $y = 2,5(x + 2)^2 - 1$;
 - $y = -0,5x^2$ и $y = -0,5(x + 4)^2 - 3$.
- Запишите уравнение параболы, полученной при сдвиге параболы:
 - $y = 5x^2$ на 2 единицы влево по оси Ox и на 7 единиц вверх по оси Oy ;
 - $y = -12x^2$ на 4 единицы вправо по оси Ox и на 10 единиц вниз по оси Oy ;
 - $y = -0,25x^2$ на 0,3 единицы вправо по оси абсцисс и на 2,6 единиц вверх по оси ординат;
 - $y = -104x^2$ на 28 единиц влево по оси абсцисс и на 205 единиц вниз по оси ординат.
- Принадлежит ли графику функции $y = 3(x - 11)^2 + 17$ точка:

а) $A(-5; 1553)$;	г) $D(15; 65)$;
б) $B(12; 26)$;	д) $E(2; 260)$;
в) $C(5; 35)$;	е) $F(11,5; 19,25)$?
- Проходит ли через точку $A(3; 13)$ график функции:

а) $y = -2(x - 2)^2 - 11$;	г) $y = 9(7 - x)^2 - 24$;
б) $y = 8(x - 6)^2 - 69$;	д) $y = \frac{1}{5}(x - 9)^2 + 5,8$;
в) $y = 3(x + 1)^2 - 35$;	е) $y = 0,1(x + 6\sqrt{2})^2 - 1,9$?
- Приведите уравнение квадратичной функции к виду $y = a(x - m)^2 + n$:

а) $y = x^2 + 16x + 65$;	г) $2y - 16x^2 + 32x = 16$;
б) $y = (2x - 5)^2$;	д) $5x^2 + 10 - y + 1 = 0$;
в) $y + 5 = -(6x + 24)^2$;	е) $x^2 - y - 2\sqrt{5}x = -5(1 + \sqrt{5})$.

6. Запишите координаты вершины параболы и уравнение ее оси симметрии:

а) $y = (x - 2)^2 + 3$;

г) $y = 2(5 - x)^2 - 10$;

б) $y = 4(x - 12)^2 - 8$;

д) $y = -\frac{1}{9}(x+18)^2 + 3$;

в) $y = 5 - (7 + x)^2$;

е) $y = 4 + 0,1(x + \sqrt{3})^2$.

7. Определите, как нужно сдвинуть график функции $y = 4x^2$, чтобы получить параболу:

а) $y = 4(x - 1)^2 + 3$;

г) $y = 4(4 - x)^2 - 150$;

б) $y = 8 + 4(x - 6)^2$;

д) $y = 5 + (2x - 12)^2$;

в) $y = 4(2 + x)^2 - 0,85$;

е) $y = 6 - 4(x - 1)^2$.

8. Постройте графики функций и заполните таблицу:

	$y = (x + 5)^2 - 4$	$y = 4 - (8 - x)^2$	$y = \frac{1}{2}(x+7)^2 + 3$	$y = -3(5 - x)^2 + 1$
Область определения				
Множество значений				
Промежуток убывания				
Промежуток возрастания				
Нули функции				

9. Заполните таблицу:

	Значение аргумента	Значение функции
$y = 4(x + 3)^2 - 8$	3	
$y = -2(x + 9)^2 + 17$		-321
$y = \frac{5}{7}(x - 12)^2 + 34$	5	
$y = 1,5(24 - x)^2 + 2$		296

10. Задайте формулой квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 3:

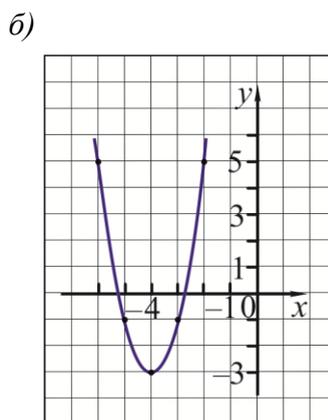
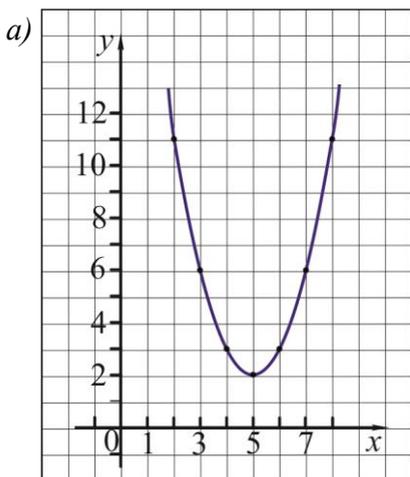


Рисунок 3

11. В таблице даны значения квадратичной функции при различных значениях аргумента. Запишите формулу этой функции и постройте ее график:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	2	-4	-6	-4	2	12	26	42

17. Функция $y = ax^2 + bx + c$ и ее график

- При каком значении k график функции $y = f(x)$ проходит через точку $A(x; y)$, если:
 - $y = 2x^2 + kx + 15$, $A(3; 11)$;
 - $y = x^2 + 5x - k$, $A(-2; 10)$;
 - $y = kx^2 + 7x + 12$, $A(5; 0)$;
 - $y = kx^2 + kx + k$, $A(8; -73)$?
- Найдите координаты вершины параболы:

а) $y = x^2 + 6x + 9$;	г) $y = 2x^2 - 12x + 23$;
б) $y = x^2 - 8x + 16$;	д) $y = x^2 + 14x + 30$;
в) $y = x^2 + 5x$;	е) $y = 0,5x^2 + 8x + 81$.
- Приведите уравнение квадратичной функции к виду $y = a(x - m)^2 + n$:

а) $y = x^2 + 12x - 1$;	г) $y = 4x^2 - 96x + 580$;
б) $y = x^2 - 10x - 25$;	д) $y = 4x^2 - 12x$;
в) $y = 5x^2 + 5x - 1$;	е) $y = 0,1x^2 + 3x$.

4. Постройте график функции:

а) $y = x^2 + 8x + 3$;

г) $y = 3x^2 + 6x - 1$;

б) $y = x^2 - 6x + 5$;

д) $y = 0,5x^2 + 3x - 0,5$;

в) $y = -2x^2 + 16x - 26$;

е) $2x^2 - y = 8x - 1$.

5. Принадлежит ли графику функции $y = 3x^2 + 6x - 15$ точка:

а) $A(0; 15)$;

г) $D(2; 3)$;

б) $B(10; 345)$;

д) $E(-12; 345)$;

в) $C(-5; 90)$;

е) $F(-1; -12)$?

6. Проходит ли через точку $A(5; 28)$ график функции:

а) $y = 3x^2 - 12x + 11$;

г) $y = 813 - 238x + 17x^2$;

б) $y = 8x^2 - 96 + 308$;

д) $y = \frac{1}{4}(x-14)^2 + 7,75$;

в) $y = 3x^2 + 6x - 87$;

е) $y = 0,1(\sqrt{2}x + 6\sqrt{2})^2 + 3,8$?

7. Найдите наибольшее или наименьшее значение функции:

а) $y = 5x^2 - 4x$;

г) $y = 38 - 48x + 12x^2$;

б) $y = -3x^2 + 42x$;

д) $y = \frac{1}{2}x - 0,125x^2 + 7,5$;

в) $y = -5x^2 + 70x - 242$;

е) $y = 4x + 0,25x^2 + 16$.

8. Постройте графики функций и заполните таблицу:

	Область определения	Множество значений	Промежуток убывания	Промежуток возрастания	Нули функции
$y = 2x^2 + 16x + 14$					
$y = -x^2 - 14x - 50$					
$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2,5^2$					
$y = -1,5x^2 - 12x - 21$					

9. Запишите формулу квадратичной функции вида $y = ax^2 + bx + c$, если известно, что:

а) координаты вершины параболы $A(3; -11)$ и она проходит через точку $B(3; -11)$;

б) нулями функции являются числа -3 и 1 , а координаты вершины параболы $(-1; -13)$.

10. Задайте формулой квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 4:

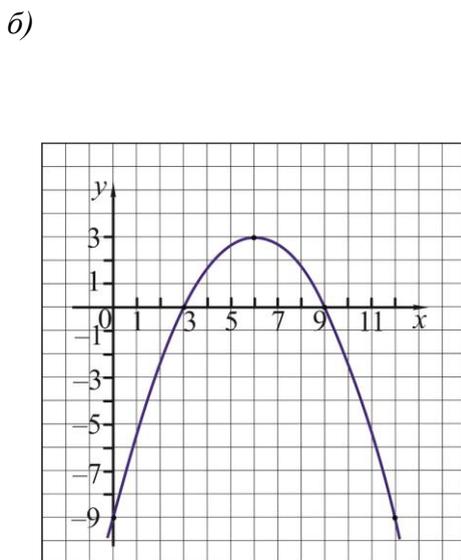
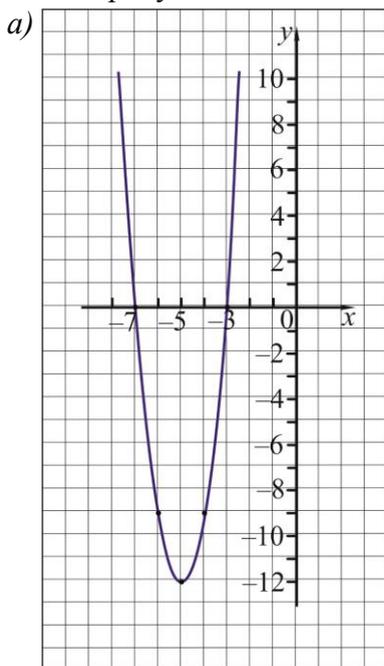


Рисунок 4

18. Решение текстовых задач с использованием свойств квадратичной функции

1. Представьте число 28 в виде суммы двух чисел, произведение которых наибольшее.
2. Найдите числа, одно из которых на 20 больше другого, а их произведение принимает наименьшее значение.
3. Кусок проволоки длиной 48 м сгибают так, чтобы образовался прямоугольник. Какую длину должны иметь стороны прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?
4. Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с. Найдите, на какую наибольшую высоту взлетит мяч. ($g = 10 \text{ м/с}^2$,

$$h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ м}.$$

IV. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ

19. Таблицы, полигоны и гистограммы частот

1. Представьте данные в виде вариационного ряда (расположить в порядке возрастания или убывания) и определите его моду, медиану и среднее арифметическое: 84, 91, 86, 86, 85, 80, 90, 86, 84, 94, 86, 87, 83, 84.
2. Заполните интервальную таблицу частот, используя данные о количестве прочитанных страниц книг учениками 7 класса на летних каникулах: 708, 406, 427, 323, 380, 274, 476, 229, 444, 693, 307, 358, 204, 400, 513, 288, 658, 125, 381, 360.

Кол-во страниц	101–200	201–300	301–400	401–500	501–600	601–700	701–800
Кол-во учеников							

3. Составьте интервальную таблицу частот с интервалом в 5 см, используя данные о росте учеников 8 класса в сантиметрах: 143, 158, 168, 142, 154, 157, 171, 140, 174, 146, 165, 149, 145, 150, 153, 153, 158, 145, 152, 152, 143, 143, 175, 164, 161, 163.

Рост							
Частота							
Накопленная частота							

4. По данным интервальной таблицы частот постройте полигон и гистограмму частот.

1–3	4–6	7–9	10–12	13–15	16–18
15	7	10	4	8	12

5. В рамках написания научного проекта, ученик провел опрос о времени, проводимом его одноклассниками в социальных сетях в день. На основе полученных данных была составлена гистограмма частот (рисунок 5). Составьте интервальную таблицу частот и проанализируйте полученные данные (сколько учеников участвовало в опросе, какой процент свободного времени ученики проводят в соц. сетях и т. д.).

6. Ученик из предыдущей задачи разработал специальное приложение, которое считает время, проведенное в социальных сетях. Установив его на телефоны одноклассников, он получил новый набор данных, по которым построил полигон частот (рисунок 6). Составьте интервальную таблицу и постройте гистограмму частот самостоятельно. Проанализируйте полученные данные. Отличаются ли они от данных, полученных при опросе? Если да, то как сильно? Каким способом можно сравнить эти данные?

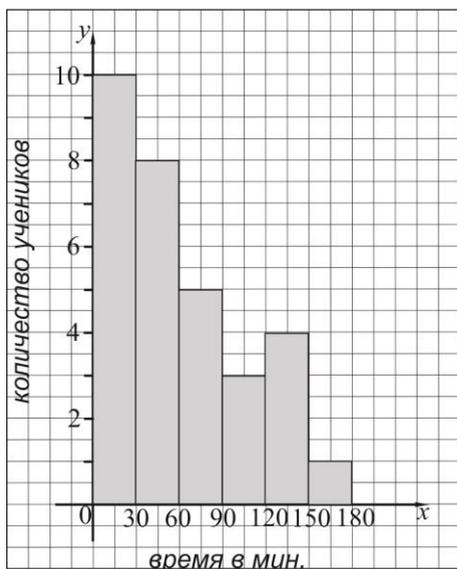


Рисунок 5

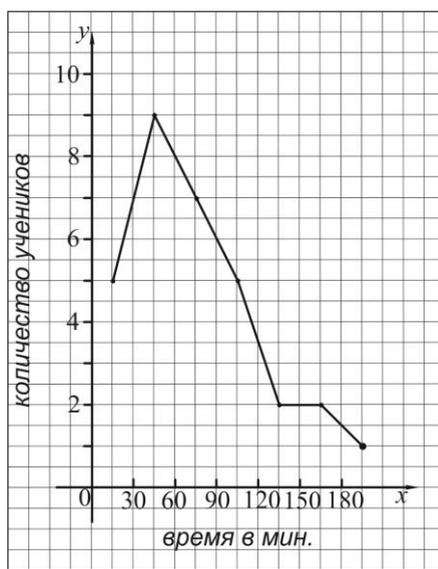


Рисунок 6

20. Дисперсия и стандартное отклонение

1. Что можно определить, применяя формулу:

а) $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n}$;

в) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$;

б) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n}}$;

г) $\bar{x} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$?

2. Найдите значение стандартного отклонения, если дисперсия равна:

а) 16;

в) 4,84;

б) 2;

г) 5,76.

3. Возраст учеников, посещающих кружок математики в школе, таков: 16, 15, 12, 17, 11, 13, 15, 12, 14, 13, 16, 17, 15. Представьте эти данные в виде вариационного ряда и найдите средний возраст учеников.
4. По приведенным в таблице данным об изменении средней температуры за первую неделю января вычислите дисперсию и стандартное отклонение с точностью до единиц.

1 января	2 января	3 января	4 января	5 января	6 января	7 января
-13 °С	-15 °С	-14 °С	-16 °С	-3 °С	-7 °С	-6 °С

5. Найдите среднее арифметическое и стандартное отклонение для числового ряда: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
6. Этажность зданий, расположенных на одной улице, записаны следующим числовым рядом: 5, 9, 12, 10, 8, 9, 9, 9, 6, 9, 15, 8, 5, 9, 9, 12, 8, 5, 5. Представьте его в виде вариационного ряда и вычислите его: а) размах; б) моду; в) медиану; г) среднее арифметическое; д) стандартное отклонение.

V. НЕРАВЕНСТВА

21. Квадратные неравенства

1. Является ли число -1 ; 0 ; 2 решением неравенства:

а) $x^2 - 5x - 6 > 0$;

г) $x^2 - 1 > 0$;

б) $2x^2 - x - 1 \geq 0$;

д) $x^2 + 8x + 7 \leq 0$;

в) $x^2 - 3x \geq 0$;

е) $3x^2 - 4x - 1 < 0$?

2. Используя график функции (рисунок 7), укажите, при каких значениях x :

а) $y < 0$;

б) $y \geq 0$;

в) $y = 0$.

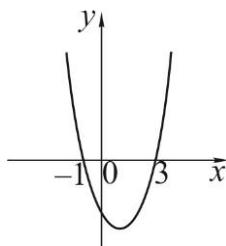


Рисунок 7

3. Используя график функции, укажите (рисунок 8):

а) нули функции;

б) при каких x $y > 0$;

в) при каких x $y \leq 0$.

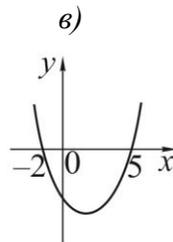
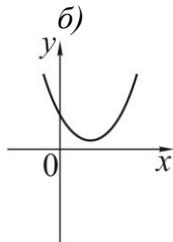
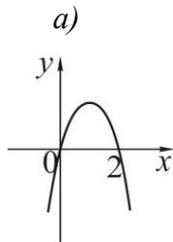


Рисунок 8

4. Используя эскиз графика квадратичной функции, решите неравенство:

а) $x^2 - 7x + 10 > 0$;

е) $x^2 + 11x + 28 \geq 0$;

л) $x^2 - x - 12 \geq 0$;

б) $x^2 - x - 20 \leq 0$;

ж) $x^2 - 4x - 21 \leq 0$;

м) $x^2 + 12x + 35 \leq 0$;

в) $x^2 + 11x + 24 \geq 0$;

з) $x^2 + 7x - 18 < 0$;

н) $x^2 - 10x + 21 > 0$;

г) $x^2 + 17x + 70 < 0$;

и) $x^2 - 9x + 14 > 0$;

о) $x^2 - x - 30 < 0$;

д) $x^2 + x - 12 > 0$;

к) $x^2 + 13x + 42 < 0$;

п) $x^2 - 9x + 20 \geq 0$.

5. При каких x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{x^2 - 9}$;

г) $\sqrt{x^2 + 5x}$;

б) $\sqrt{x^2 + 9}$;

д) $\sqrt{x^2 - 4x}$;

в) $\sqrt{x^2 - 4x + 3}$;

е) $\sqrt{x^2 - 7x + 10}$?

6. При каких значениях переменной x функция $y = x^2 - 4x$ принимает положительные значения?

7. При каких значениях переменной x функция $y = x^2 - 2x - 3$ принимает отрицательные значения?

22. Решение неравенств методом интервалов

1. Решите неравенство методом интервалов:

а) $x^2 - 9 > 0$;

г) $x^2 - x - 42 < 0$;

ж) $3x^2 - 7x + 2 \geq 0$;

б) $x^2 + 13x \geq 0$;

д) $x^2 + 4x - 5 \leq 0$;

з) $4x^2 - 11x - 3 < 0$;

в) $16 - x^2 < 0$;

е) $x^2 + 13x + 12 \geq 0$;

и) $3x^3 - 2x^2 - 8x \leq 0$.

2. Решите неравенство:

а) $(x - 2)(x + 3) \leq 0$;

ж) $(x^2 - 4)(x - 4) < 0$;

б) $(x + 6)(x + 2) \geq 0$;

з) $(x^2 - 9)(4x - 5) \leq 0$;

в) $(x - 7)(x + 1) < 0$;

и) $(x^2 - 25)(x + 2) > 0$;

г) $x(x - 1)(x + 2) > 0$;

к) $(x^2 - 7x + 6)(x - 3) \geq 0$;

д) $(x - 4)(x + 5)(x - 1) \leq 0$;

л) $(4x^2 + 3x - 1)(x + 2) < 0$;

е) $(x + 1)(x + 2)(x - 3) \geq 0$;

м) $(x^2 + x - 12)(x - 1) \leq 0$.

3. Решите неравенство:

а) $\frac{x-2}{x} < 0$;

г) $\frac{3-x}{x+1} < 0$;

ж) $\frac{x^2-1}{x+5} \geq 0$;

б) $\frac{x+1}{x-3} \geq 0$;

д) $\frac{2x-4}{x+5} \leq 0$;

з) $\frac{x^2-4}{x-3} < 0$;

в) $\frac{x+4}{x-2} < 0$;

е) $\frac{3x+6}{4-x} \geq 0$;

и) $\frac{x^2-6x+5}{x-2} \leq 0$.

4. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x^2 - 16}$;

г) $y = \sqrt{x^2 + 4x - 5}$;

б) $y = \sqrt{100 - x^2}$;

д) $y = \sqrt{x^2 - 10x - 11}$;

в) $y = \sqrt{x^2 + 4x}$;

е) $y = \sqrt{x^2 + 3x - 10}$.

5. Найдите наибольшее натуральное решение неравенства:

а) $x^2 - x - 30 < 0$;

г) $-x^2 + 5x + 36 > 0$;

б) $-x^2 + x + 6 \geq 0$;

д) $x^2 - 11x + 30 \leq 0$;

в) $2x^2 - 9x + 4 < 0$;

е) $-x^2 + 8x - 7 > 0$.

23. Решение текстовых задач с использованием неравенств.

1. Найдите два целых числа, если одно из них на 2 больше другого, а их произведение меньше 3.
2. Произведение двух последовательных чисел меньше 6 и не равно нулю. Найдите эти числа.
3. Длина прямоугольника на 3 см больше ширины. Какую длину должен иметь прямоугольник, чтобы его площадь была меньше 28 см^2 ?
4. Ширина прямоугольника на 4 см меньше длины. Какую ширину должен иметь прямоугольник, чтобы его площадь была больше 21 см^2 ?
5. Одну сторону квадрата уменьшили на 3 см, а соседнюю сторону увеличили на 1 см. При этом получился прямоугольник, площадь которого меньше 32 см^2 . Чему равна сторона квадрата?
6. Одну сторону квадрата уменьшили на 4 см, а соседнюю сторону увеличили на 2 см. При этом получился прямоугольник, площадь которого меньше 16 см^2 . Чему равна сторона квадрата?

24. Системы нелинейных неравенств с одной переменной

1. Решите систему неравенств:

а)
$$\begin{cases} x < 0, \\ x^2 + 15x + 56 < 0; \end{cases}$$

е)
$$\begin{cases} 4x^2 - 100 \leq 0, \\ x \geq 1; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 4x^2 - 5x - 7 > 0, \\ x \geq 3; \end{cases}$$

ж)
$$\begin{cases} x^2 - 23x - 24 \leq 0, \\ 2x + 5 \geq x - 3; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x^2 - 10x + 16 > 0, \\ x \leq 3; \end{cases}$$

з)
$$\begin{cases} x^2 - 14x - 32 < 0, \\ 4x + 1 \leq 2x + 5; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x^2 + 13x + 22 > 0, \\ x - 4 < 0; \end{cases} \quad \text{и) } \begin{cases} x^2 + x - 20 > 0, \\ x^2 + 3x - 10 \leq 0. \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x^2 - 121 > 0, \\ x - 5 < 3; \end{cases}$$

2. Найдите область определения функции:

$$\text{а) } y = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{5 - x}; \quad \text{г) } y = \sqrt{x^2 - x - 6} + \sqrt{4x - 4};$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x - 3}; \quad \text{д) } y = \sqrt{-x^2 + 6x - 8} + \sqrt{x - 3};$$

$$\text{в) } y = \sqrt{x^2 + 4x - 5} + \sqrt{x + 1}; \quad \text{е) } y = \sqrt{4 + 3x - x^2} + \sqrt{3 - x}.$$

3. Найдите наименьшее целое решение системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - 36 < 0, \\ x - 2 < 0; \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} 4x^2 - 5x - 7 > 0, \\ x \geq 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 - 5x - 6 < 0, \\ 5x < 2; \end{cases} \quad \text{ж) } \begin{cases} x^2 + 7x - 44 \geq 0, \\ -3 < x \leq 5; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} -x^2 - 4x + 32 > 0, \\ 4x < 1; \end{cases} \quad \text{з) } \begin{cases} x^2 - 17x + 16 > 0, \\ -1 < x \leq 7; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} (x - 5)(x - 18) \leq 0, \\ (x - 1)(3x - 18) \leq 0; \end{cases} \quad \text{и) } \begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0, \\ -1 < x \leq 10. \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x^2 - 144 \leq 0, \\ (x - 2)(x + 11) \geq 0; \end{cases}$$

Содержание

I. КВАДРАТНЫЕ КОРНИ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ	1
1. Иррациональные и действительные числа	1
2. Квадратные корни	2
3. Свойства квадратных корней	4
4. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни	7
5. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график	10
II. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ	12
6. Квадратное уравнение. Неполное квадратное уравнение	12
7. Формулы корней квадратного уравнения	13
8. Теорема Виета	14
9. Разложение квадратного трехчлена на множители	16
10. Решение текстовых задач с использованием квадратных уравнений	16
11. Уравнения, приводимые к квадратным	18
12. Целые и дробно-рациональные уравнения	18
13. Решение текстовых задач с помощью дробно-рациональных уравнений	19
III. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ	21
14. Определение квадратичной функции. Функция $y = ax^2 + n$ и ее график	21
15. Функция $y = a(x - m)^2$ и ее график	23
16. Функция $y = a(x - m)^2 + n$ и ее график	25
17. Функция $y = ax^2 + bx + c$ и ее график	27
18. Решение текстовых задач с использованием свойств квадратичной функции	29
IV. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ	30
19. Таблицы, полигоны и гистограммы частот	30
20. Дисперсия и стандартное отклонение	31
V. НЕРАВЕНСТВА	33
21. Квадратные неравенства	33
22. Решение неравенств методом интервалов	34
23. Решение текстовых задач с использованием неравенств	35
24. Системы нелинейных неравенств с одной переменной	35

КОЛУБЕКОВА Ольга Ивановна
АЛИБЕКОВ Саят Шукурлюкович

**Тренажер по алгебре
для учащихся 8 класса
общеобразовательной школы.
*Базовый уровень***

Редактор	С. Ш. Алибеков
Технический редактор	И. Н. Лебедев
Дизайн обложки	Е. Е. Велькер
Корректор	Р. С. Какаманова А. М. Коновалова

ТОО «Келешек-2030».
Республика Казахстан,
020000, г. Кокшетау.

Офис издательства: ул. Абая, 112а,
тел.: 8 (7162) 72-29-43 (приемная).

Отдел продаж: ул. М. Горького, 17а,
тел.: 8 (7162) 44-18-64, +7 708 444 18 64,
моб. тел.: +7 702 781 06 78, +7 705 745 09 75.
<http://www.keleshek-2030.kz>, E-mail: torg@keleshek-2030.kz